Algorithmische Mathematik und Programmieren

Martin Lanser

Universität zu Köln

WS 2019/2020

Organisatorisches

Ablauf der Vorlesung und der Übungen

Termine

Vorlesung: Mi. 08:00 - 09:30 Uhr
im Hörsaal C des Hörsaalgebäudes

Übungen: Mo. 16:00 - 17:30 Uhr, H230 im COPT
Di. 08:00 - 09:30 Uhr, S1 im MI
Di. 16:00 - 17:30 Uhr, S1 im MI
Mi. 10:00 - 11:30 Uhr, S232 im COPT
Mi. 14:00 - 15:30 Uhr, H230 im COPT
Mi. 16:00 - 17:30 Uhr, S1 im MI
Do. 14:00 - 15:30 Uhr, S232 im COPT
Fr. 10:00 - 11:30 Uhr, S1 im MI

Beginn der Übungen: 14.10.2019
Info: In der zweiten Vorlesungswoche findet in den Übungen eine **matlab** Fragestunde / Einführung statt.

Ablauf der Vorlesung und der Übungen

Übungsblätter

Ausgabe: wöchentlich im Internet

Abgabe: Theorieaufgaben schriftlich im entsprechenden Kasten in Raum 3.01 des Mathematischen Instituts, Programmieraufgaben per E-Mail an Übungsleiter, weitere Hinweise auf der Homepage und in den Übungen

Sprechstunde

M. Lanser: nach Vereinbarung in Raum 0.11 des Math. Inst.

Weitere Informationen auf der Homepage

`http://www.numerik.uni-koeln.de/18422.html`

Erwerb der Leistungspunkte

Klausuren: 27.02.2020 und 03.04.2020 (Details auf Homepage)

Zulassungsvoraussetzungen zur Klausur

- 50% erreichte Übungspunkte
- alle Programmieraufgaben erfolgreich bearbeitet
- Vorrechnen einer eigenen Lösung

Hinweis: Die Programmieraufgaben werden bepunktet, um ein entsprechendes Feedback zu geben, gehen aber nicht in die Gesamtpunktzahl ein, d. h. sie sind von der 50% Grenze entkoppelt.

Und jetzt zu interessantereren Dingen...

Was ist Numerische/Algorithmische Mathematik?

- Teilgebiet der **Angewandten Mathematik**
- Es werden **Algorithmen zur approximativen Lösung** mathematischer Probleme...
  - entwickelt
  - mathematisch analysiert (z.B. Fehleranalyse)
  - effizient implementiert
- Die Probleme stammen aus...
  - der Mathematik selbst
  - Physik, Chemie, Biologie, Medizin, Wirschaftswissenschaften, Maschinenbau etc.

Was ist Numerische/Algorithmische Mathematik?

- Welche Ziele hat man bei der Algorithmenentwicklung?
  - Die durch den Algorithmus berechnete **Näherungslösung** sollte hinreichend nahe an der realen (ggf. unbekannten) Lösung liegen
  - Die Lösung sollte möglichst **schnell** vorliegen
  - Der Algorithmus sollte **zuverlässig** sein
  - Der Algorithmus sollte **effizient** sein
- Welche Rahmenbedingungen muss man erfüllen?
  - Die begrenzende Ressource ist zumeist der zur Verfügung stehende Computer
  - Manchmal ist es aber auch zeitkritisch: z. B. die Wettervorhersage
- In dieser Vorlesung genügt jedoch jeder beliebige Laptop oder PC und MATLAB.

Von einem Problem in der Realität zur numerischen Lösung

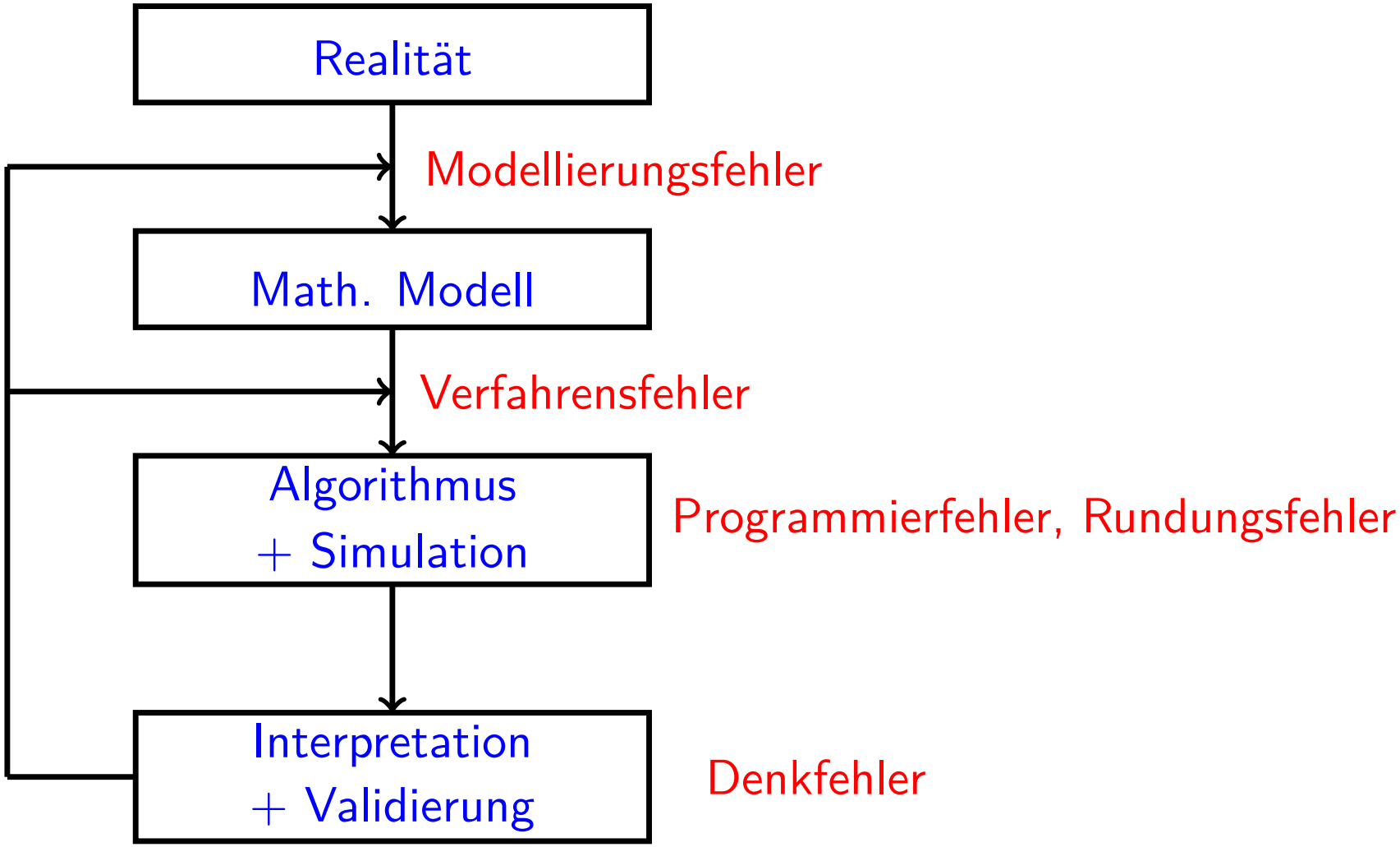
- **Modellierung**
  - Suche nach einer **mathematischen Abbildung** eines Problems aus der Realität (Physik, Chemie, etc.)
  - Sammeln der dazu nötigen Daten
  - Herleitung eines Modells $\Rightarrow$ Differentialgleichung, nichtlinearer Gleichung oder linearer Gleichung
- **Theorie**
  - Theoretische Untersuchung des Modells:
  - Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen
  - Abhängigkiet der Lösungen von Messdaten

Von einem Problem in der Realität zur numerischen Lösung

- **Numerik**
  - **Entwicklung**,
  - **Analyse**
  - und **Implementierung** von Algorithmen zur Lösung des Problems
  - Durchführung einer Simulation auf einem Computer (vom Home-PC bis zum Großrechner)
- **Valdierung**
  - **Darstellung** der Simulationsergebnisse
  - **Analyse** der Ergebnisse
  - ggf. führt dies zur Änderungen der Algorithmen oder sogar des Modells

Von einem Problem in der Realität zur numerischen Lösung

- Stationen und Fehlerquellen



Themen dieser Vorlesung

- **Themen:**
  - Numerische Lösung **nichtlinearer Gleichungen**
  - Numerische Lösung **linearer Gleichungssysteme**
  - **Fehleranalyse, Maschinengenauigkeit, IEEE-Arithmetik**
- Zu jedem der Themen oder Grundaufgaben betrachten wir:
  - **Entwicklung** und **Umsetzung (in MATLAB)** eines Algorithmus zur Lösung der Grundaufgabe
  - **Mathematische Analyse:** Beweis, dass der Algorithmus die Aufgabe auch löst
  - **Fehlerkontrolle**

Weitere Themen der Numerik

- **Approximation von Funktionen** z.B. durch Polynome (Thema in "Numerische Mathematik I")
- **Approximation von Eigenwerten** (Thema in "Numerische Mathematik I")
- **Numerische Integration und Differentiation** (Thema in "Numerische Mathematik I")
- **Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen** (Thema in "Einführung in die Numerik partieller Differentialgleichungen")
- **Numerische Lösung partieller Differentialgleichungen** (Thema in "Numerik partieller DGL I und II")

Literatur

- A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri.
  Numerische Mathematik I und II.
  Springer, 2002.
- F. Bornemann.
  Numerische lineare Algebra - Eine konzise Einführung mit MATLAB und Julia.
  Springer Studium Mathematik, 2016.
- R. W. Freund, R. H. W. Hoppe
  Stoer/Bulirsch: Numerische Mathematik I
  z.B. 10. Auflage., Springer, 2007

Kurze MATLAB Einführung

- MATLAB ist ein interaktives Programm zur effizienten Durchführung von Matrixoperationen
- MATLAB ist kommerziell
- Für Studierende der Uni zu Köln allerdings kostenlos nutzbar
  - http://rrzk.uni-koeln.de/matlab-studis.html
- Ist auch auf den Rechnern in der Datenstation im MI installiert
- Für Details: siehe MATLAB Einführung auf Homepage zur Vorlesung