Universität zu Köln Wintersemester 2019/2020

Dr. Martin Lanser 09. Oktober 2019

1.Übung zur Algorithmischen Mathematik und Programmieren

Wie in der Vorlesung bereits angekündigt, sind die Programmieraufgaben mit **matlab** zu bearbeiten. Diese Übung soll Sie mit **matlab** ein wenig vertrauter machen und die Abgabeformalien klären.

Hinweis: Bei einer Programmieraufgabe kann die Maximalpunktzahl nur erreichen, wer folgendes abgibt:

(i) Ein lauffähiges, kommentiertes und korrektes Programm.

(ii) Einen Ausdruck des Programmcodes.

(iii) Ein Ausdruck der graphischen Ausgabe, falls die Aufgabe eine derartige Darstellung verlangt.

(iv) Eine schriftliche Bearbeitung der Fragen.

Abgabe der Programmcodes:
Schreiben Sie bitte zu jeder Programmieraufgabe eine .m-Datei mit dem Namen **aufgabeN.m**, welche das in der Aufgabe `N` gestellte Problem löst (Bsp.: aufgabe1.m löst Aufgabe 1). Ihren gesamten Programmcode schicken Sie bitte **bis zum Abgabetermin** per eMail an Ihren jeweiligen Übungsleiter mit:

`Subject:` Uebung Name,Vorname Mat.-Nr.
`Body:` Erläuternde Hinweise, falls nötig, ansonsten einfach leer lassen.
`Attachment:` Sämtliche .m-Dateien, die zur Ausführung Ihres Programmes benötigt werden, archiviert als .zip- oder .rar-Datei.
Beispiele für den Betreff:
`Subject:` Uebung 1 Muster, Hans 3335874

Abgabe der schriftlich bearbeiteten Aufgaben:
Werfen Sie Ihre schriftliche Ausarbeitung bis zum jeweiligen Abgabetermin in den Übungskasten im Mathematischen Instituts ein. Bitte schreiben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und die Nummer Ihrer Übungsgruppe gut sichtbar auf die erste Seite Ihrer Übung.

Aufgabe 1: (4 + 4 = 8 Punkte)

(i) Betrachten Sie die Zahlen $\frac{4}{3}$ und $1.2345\mathrm{e}-06$. Geben Sie die Darstellungen durch matlab in den folgenden Formaten an

(1) short ; short e ; short g

(2) long ; long e ; long g

(3) bank

(4) rat

(ii) Testen Sie außerdem, was passiert, wenn Sie die folgenden Kommandos in matlab eingeben:

(1) "$f1 = 3 * 3$; "

(2) "$f2 = 3\hat{}3$; " "$g1 = [3\ ,\ 1; 1\ ,\ 3]\hat{}3$

(3) "$f3 = 3.\hat{}2$ " "$g2 = [3\ ,\ 1; 1\ ,\ 3].\hat{}3$

(4) "$3 + 3$ "

(5) " disp('Hallo Welt!'); disp('Numerische Mathematik'); "

Worin besteht der Unterschied zwischen $g1$ und $g2$?

Aufgabe 2: (5 + 7 = 12 Punkte)
In dieser Aufgabe sollen die Matrix $A = (a_{ij})_{i,j=1\ldots n}$ mit den Einträgen $a_{ij} = i/j$ und der Vektor $x_j = j$ für $j = 1 \ldots n$ betrachtet werden.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} & \ddots & \frac{2}{n} \\ 3 & \frac{3}{2} & \ddots & \ddots & \frac{3}{n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ n & \frac{n}{2} & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ n \end{bmatrix}$$

(i) Programmieren Sie die Matrix A und den Vektor x in matlab. Und lassen Sie von matlab das Matrix-Vektor-Produkt $y = Ax$ für $n = 3, 5, 10, 100, 1000$ berechnen.
Verifizieren Sie das erhaltene Ergebnis mit Hilfe Ihrer Kenntnisse aus der Linearen Algebra.

(ii) Programmieren Sie die Matrix A. Testen Sie hierbei drei unterschiedliche Möglichkeiten:

(1) über 2 ineinander geschachtelte for-Schleifen
(for k=1:n for l=1:n A(k,l)=k/l; end end)

(2) über einen Vektor und eine for-Schleife
(k=1:n; for l=1:n A(:,l) = k'/l; end)

(3) über ein Produkt von zwei Vektoren
*(k=(1:n)'; l=ones(1,n)./k'; A = k * l;)*

Mit Hilfe der Befehle *tic* und *toc* können Sie die Zeit ermitteln, die eine Kette von Operationen benötigt, indem Sie die Operationen dazwischen setzten (*tic; Operationen; toc;*). Ermitteln Sie mit Hilfe dieser Befehle, die Zeiten die matlab benötigt, um die Matrix A auf den verschiedenen Wegen für $n = 100, 500, 1000, 1500, 2500(, 5000)$ zu erzeugen.
Was fällt Ihnen dabei auf?
Hinweis: Schreiben Sie eine *.m-Datei, die als Eingabe nur die Matrixgröße n benötigt und alle drei Berechnungsweisen hintereinander ausführt. Schließen Sie die einzelnen Berechnungsweisen in ein *tic ... toc* ein.

Aufgabe 3: (2 + 5 + 3 = 10 Punkte)

(i) Erzeugen Sie einen Vektor x der äquidistant verteilte Werte zwischen 0 und 2π enthält und erzeugen Sie mit matlab die Graphen von $\sin(x)$ und $\cos(x)$. Versuchen Sie sowohl zwei Diagramme zu erstellen, als auch beide Graphen in ein Diagramm zu plotten.
Wählen Sie für x die folgenden Schrittweiten: $1; 0.5; 0.1$. Vergleichen Sie die Ergebnisse, plotten Sie dazu die Sinuskurven für alle drei Schrittweiten in ein Diagramm.

(ii) Nutzen Sie nun die Möglichkeit verschiedene Graphen in einen Diagramm auszugeben, um die Schnittpunkte der folgenden drei Funktionen auf dem Intervall $[-2, 2] \subset \mathbb{R}$ zu bestimmen:

- $\exp(-x^2)$
- $\sin(x^2)$
- $\frac{1}{x^3+9}$

Probieren Sie auch hier verschiedene Schrittweiten aus. Nutzen Sie den Befehl *legend*, um die verschiedenen Funktionen in Ihrem Diagramm zu beschriften.

(iii) Erzeugen Sie mit dem Befehl *mesh(x,y,z)* ein 3D-Diagramm für $x \in [-2, 2]$, $y \in [-2, 2]$ und $z(x, y) = x^2 - y^2$. Wählen Sie in x- und y-Richtung jeweils eine Schrittweite von 0.1.

Abgabedatum: 24.10.2019, 12:00 Uhr