

Prof. Dr. Axel Klawonn
Christian Hochmuth, MSc.

Seminar zu Finite-Elemente-Diskretisierungen in der Strömungsmechanik

Themen des Seminars

Zur Einführung und/oder Wiederholung können die Abschnitte 1 & 2 des Kapitels *Finite elements for the Stokes problem* aus den Lecture-Notes *Mixed Finite Elements, Compatibility Conditions, and Applications* [1] benutzt werden - zu finden unter dem Link: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-540-78319-0>
Die folgenden Diskretisierungen sollen von Ihnen behandelt werden

- $P_2 - P_0$, unter Benutzung von [1] und der darin angegebenen Literatur. Dabei soll der Beweis der inf-sup Stabilität mit Fortins-Trick aufgearbeitet werden. Zusätzlich soll Fortins-Trick erläutert werden. Zeigen Sie zudem, dass eine Diskretisierung mit $P_1 - P_1$ Elementen nicht stabil ist, siehe [1].
- Crouzeix-Raviart, unter Benutzung von [1] und der darin angegebenen Literatur. Dabei soll der Beweis der inf-sup Stabilität mit Fortins-Trick aufgearbeitet werden. Zusätzlich soll Fortins-Trick erläutert werden.
- $Q_2 - P_1$ unmapped unter Benutzung von [2]. Eine kurze Einführung zu dieser Diskretisierung findet sich auch in [1]. Der Beweis der inf-sup Stabilität soll aufgearbeitet werden.
- Hood-Taylor $P_2 - P_1$ unter Benutzung von [1] und der darin angegebenen Literatur. Der Beweis der inf-sup Stabilität soll aufgearbeitet werden.

Im Folgenden (für den zweiten Vortrag) sollen Sie ihre Diskretisierung in MATLAB implementieren. Testen sie Ihre Diskretisierung mit den zwei Testproblemen aus [2]. Bestimmen sie die Entwicklung des Fehlers für verschiedene Gitter (unterschiedlich feine Diskretisierung). Die Fehler sollen für Geschwindigkeit und Druck in der L^2 -Norm, sowie für die Geschwindigkeit in der H^1 -Seminorm bestimmt werden - analog zu [2]. Nutzen Sie neben strukturierten auch unstrukturierte Gitter. Diese können mit *DistMesh* [4] oder *QUAD_MESH* [3] erzeugt werden.

Die Termine

Die ersten Seminarvorträge finden wöchentlichen ab dem 23. Oktober 2018 zum Seminartermin Dienstags, 16:00-17:30 Uhr, in Seminarraum 1 statt.

Die zweiten Seminarvorträge sollen in Blöcken am 1. Februar 2019, 14:00-18:00 Uhr und am 8. Februar 2019, 10:00-13:00 Uhr & 14:00-17:00 Uhr gehalten werden. Im Semester wird zusätzlich ein Tutorium angeboten, welches Donnerstags im Seminarraum 1, 16:00-17:30 Uhr, stattfindet.

Die Vorträge

Da die Themen in zweier Teams bearbeitet werden, soll jedes Teammitglied selbstständig die Hälfte beider Vorträge halten.

Zum ersten Vortrag sollen Sie eine Ausarbeitung anfertigen, welche mindestens 2 Wochen vorher abgestimmt werden soll.

Im ersten Seminarvortrag an der Tafel sollen Sie:

- Eine kurze Einführung in das Modellproblem geben.
- Die Theorie der von Ihnen zu behandelnden Diskretisierung vorstellen. Dazu soll die inf-sup Stabilität, welche in der ausgehändigten Literatur bewiesen ist, aufgearbeitet und präsentiert werden.

Im zweiten Seminarvortrag am Beamer sollen Sie:

- Mit einer kurzen Wiederholung/Zusammenfassung des ersten Vortrags beginnen.
- Ihre Implementierung vorstellen und auf Besonderheiten eingehen.
- Die numerischen Ergebnisse präsentieren und einordnen.

Betreuung und Hilfestellung

Inhaltliche Fragen und Fragen zum Aufbau des Vortrages können im Vorfeld gerne mit Herrn Hochmuth oder Herrn Klawonn besprochen werden. Vereinbaren Sie einfach einen Termin per E-Mail: *c.hochmuth@uni-koeln.de* und *axel.klawonn@uni-koeln.de*.

Literatur

- [1] Daniele Boffi, Franco Brezzi, Leszek F. Demkowicz, Ricardo G. Durán, Richard S. Falk, and Michel Fortin. *Mixed finite elements, compatibility conditions, and applications*, volume 1939 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin; Fondazione C.I.M.E., Florence, 2008. Lectures given at the C.I.M.E. Summer School held in Cetraro, June 26–July 1, 2006, Edited by Boffi and Lucia Gastaldi.
- [2] Daniele Boffi and Lucia Gastaldi. On the quadrilateral Q_2 - P_1 element for the Stokes problem. *Internat. J. Numer. Methods Fluids*, 39(11):1001–1011, 2002.
- [3] John Burkardt. QUAD_MESH.
https://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/m_src/quad_mesh/quad_mesh.html.
- [4] Per-Olof Persson and Gilbert Strang. A simple mesh generator in Matlab. *SIAM Rev.*, 46(2):329–345, 2004.