

Prof. Dr. A. Klawonn
M. Kühn, M. Sc.
Dr. P. Radtke

21. April 2016

2. Übung zur Numerik partieller Differentialgleichungen I

Hinweis: Schreiben Sie bitte jede Aufgabe auf ein neues Blatt und auf **jedes Blatt ihren Namen**. Auf die erste Seite Ihrer Übung schreiben Sie bitte jeweils Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Sei $\Omega = (0, 2)$ und f definiert als

$$f(x) := \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1, \\ 2, & 1 < x < 2. \end{cases}$$

Ist die Funktion schwach differenzierbar? Falls ja, wie lautet ihre schwache Ableitung?

Aufgabe 2: (10 Punkte)

Beweisen Sie

$$H^1((a, b)) \subset \mathcal{C}((a, b)),$$

wobei $(a, b) \subset \mathbb{R}$. *Anmerkung:* Präziser ausgedrückt ist die Teilmengenbeziehung als stetige Einbettung $H^1((a, b)) \hookrightarrow \mathcal{C}((a, b))$ zu verstehen.

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass $H^1((0, 1))$ mit dem inneren Produkt $(u, v)_1 + (u, v)_0$ ein Hilbertraum ist.

Hinweis: $(u, v)_1 := \int_0^1 u'v' dx$ und $(u, v)_0 := \int_0^1 uv dx$.

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für eine Funktion $u \in C^1(a, b)$ die starke mit der schwachen Ableitung übereinstimmt.

Abgabedatum: 28. April 2016 bis 12:00 Uhr. Im entsprechenden Kasten in Raum 3.01 des Mathematischen Instituts.