

Prof. Dr. A. Klawonn
 M. Kühn, M. Sc.
 Dr. P. Radtke

9. Juni 2013

8. Übung zur Numerik partieller Differentialgleichungen I

Hinweis: Schreiben Sie bitte jede Aufgabe auf ein neues Blatt und auf **jedes Blatt Ihren Namen**. Auf die erste Seite Ihrer Übung schreiben Sie bitte jeweils Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe.

Hinweis 2: Dieses Blatt beinhaltet eine Programmieraufgabe. Für die Zulassung zur Klausur müssen **alle** Programmieraufgaben erfolgreich bearbeitet werden. Es muss in jedem Fall eine Abgabe erfolgen und es sollte eine ernsthafte Auseinandersetzung mit der Aufgabe zu erkennen sein.

Programmieraufgabe: (30 Punkte)

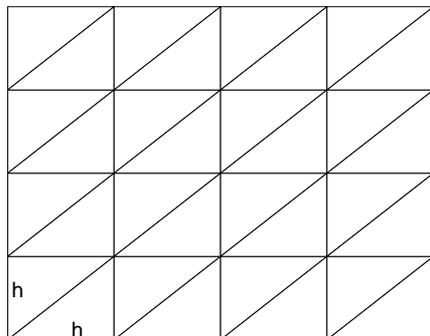
Schreiben Sie ein Finite-Elemente-Programm in Matlab für das Randwertproblem

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f & \text{in } \Omega = (0, 1)^2 \\ u &= g & \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$

in zwei Raumdimensionen, orientiert an der Darstellung in der Vorlesung. Verwenden Sie lineare Dreieckselemente. Kommentieren Sie Ihr Programm ausführlich. Verwenden Sie für Ihre Tests

$$\begin{aligned} f(x, y) &:= 2\pi^2 \sin(\pi x) \sin(\pi y) & \text{in } \Omega \\ g(x, y) &:= 0 & \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$

und zerlegen Sie das Einheitsquadrat $\bar{\Omega} = [0, 1]^2$ gleichmäßig in Dreiecke in der Form



für $h = 1/4, 1/16, 1/64$ und $1/256$. Stellen Sie die Lösung graphisch dar. Vergleichen Sie die berechnete Lösung mit der exakten Lösung $u = \sin(\pi x) \sin(\pi y)$, stellen Sie diese ebenfalls

graphisch dar.

Berechnen Sie eine Approximation an die Größen $\|u_h - u\|_{L^2(\Omega)}$ und $|u_h - u|_{H^1(\Omega)}$.

Tipp: Berechnen Sie die Massematrix M mit den Einträgen $m_{ij} = \int_{\Omega} \varphi_i \varphi_j dx$, um eine Approximation an $\|u_h - u\|_{L^2(\Omega)}$ zu berechnen.

Bemerkung: Achten Sie darauf, dass die verwendeten Matrizen, sofern sie nicht klein sind (insbes. also die Steifigkeitsmatrix K), vom dünn besetzten Typ sind: `K = sparse(100, 100)` erzeugt in Matlab eine 100×100 -Matrix, in der lediglich Nicht-Null- Einträge gespeichert werden. Dies führt zu einer erheblichen Reduktion des Speicherbedarfs.

Abgabe des Programmiererteils

- Den Code und das ausführbare Programm bitte an die folgenden E-Mail-Adressen schicken:

Montagsgruppe: `Darius.Deges@gmx.net`

Dienstagsgruppe: `lgutberl@smail.uni-koeln.de`

Schreiben Sie im Subject/Betreff die Nr. des Übungsblattes und Ihren Namen à la:

Subject: Uebung1, Muster, Hans

Subject: Uebung1, Muster, Lisa

- Packen Sie Ihre Dateien in ein Archiv (Formate: `.rar`, `.zip`, oder `.tar.gz`) mit Dateinamen à la:

`ueb01_vorname_nachname.zip`

- Geben Sie bitte immer eine **ausgedruckte Version** Ihrer Programmcodes mit den schriftlichen Aufgaben ab (\rightarrow Kasten), falls dies in der Aufgabenstellung nicht eindeutig anders vermerkt wurde.

Abgabedatum der Programmieraufgabe: 23. Juni 2013 bis 12:00 Uhr per E-mail und als Ausdruck im entsprechenden Kasten in Raum 3.01 des Mathematischen Instituts.