

2. Übung zur Numerischen Mathematik

Hinweis: Schreiben Sie bitte auf **jedes Blatt ihren Namen**. Auf die erste Seite Ihrer Übung schreiben Sie bitte zusätzlich **Ihre Matrikelnummer** und **Ihre Übungsgruppe**.

Aufgabe 1: (4+6 Punkte)

Sei A^+ die Moore-Penrose Inverse der Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Zeigen Sie die Aussagen aus Satz 1.4.3:

- i) $AA^+A = A$.
- ii) Ist A eine normale $n \times n$ -Matrix, d.h. $A^T A = AA^T$, so gilt $AA^+ = A^+A$.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Bestimmen Sie die Moore-Penrose-Inverse des dyadischen Produkts vu^H mit $u, v \in \mathbb{K}^n$ und $\|u\|_2 = \|v\|_2 = 1$.

Aufgabe 3: (8 Punkte)

Der Gezeitenwasserstand der Nordsee werde in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden) durch

$$H(t) = h + a \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + b \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{12}\right)$$

mit unbekanntenen Konstanten h, a, b beschrieben. Folgende Messwerte liegen vor:

t	0	2	4	6	8	10
H(t)	1.0	1.6	1.4	0.6	0.2	0.8

Berechnen Sie h, a und b . Stellen Sie dazu ein überbestimmtes Gleichungssystem auf und lösen Sie es mit der reduzierten QR-Zerlegung. (**handschriftlich**).

Programmieraufgabe: (12 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen Sie eine reduzierte QR-Zerlegung auf Basis des klassischen Gram-Schmidt Algorithmus programmieren. Die in **matlab** eingebaute QR-Zerlegung `qr` dürfen Sie lediglich benutzen um Ihre Resultate zu überprüfen.

1. Schreiben Sie eine Funktion
`function [Q, R] = qr_gram_schmidt(A)`
um die Matrizen Q und R der QR-Zerlegung von $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ zu berechnen.
2. Transformieren Sie die **Normalengleichungen** zu Aufgabe 2 des ersten Übungsblattes und Aufgabe 3 des aktuellen Übungsblattes mit Ihrer QR-Zerlegung auf Dreiecksgestalt und lösen Sie diese durch Rückwärtseinsetzen (d.h. ohne den `\`-Operator).

Abgabe des Programmierteils

- Den Code und das ausführbare Programm schicken Sie bitte an Ihren Übungsleiter / Ihre Übungsleiterin mit Betreff der Form: **Uebung1, Nachname, Vorname** schicken. **Unkommentierter Programmcode wird nicht angenommen bzw. die Aufgabe wird als unbearbeitet gewertet!**
- Packen Sie Ihre Dateien in ein Archiv (Formate: .zip, oder .tar.gz) mit Dateinamen à la:

`ueb01_vorname_nachname.zip`
- Geben Sie bitte immer eine **ausgedruckte Version** Ihrer Programmcodes mit den schriftlichen Aufgaben ab (→ Kasten), falls dies in der Aufgabenstellung nicht eindeutig anders vermerkt wurde.

Abgabedatum: 4. Mai 2017 bis 14:00 Uhr. Im entsprechenden Kasten in Raum 3.01 des Mathematischen Instituts.